

Construcción del sujeto matemático: sinergia en la enseñanza de las matemáticas

Construction of the mathematical subject: synergy in mathematics education

Construção da disciplina matemática: sinergia no ensino de matemática

Sonia Janeth Hernández Carrillo

Sistema Estatal de Telesecundaria Durango, México

soniajanethhernandezcarrillo@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0009-0052-3331>

Resumen

En este ensayo se plantea la posibilidad de la sinergia entre las teorías de las condiciones para el aprendizaje de Gagné (1987) y la objetivación de Radford (2014, 2023) en el contexto de la enseñanza de las matemáticas. Para ello, se analiza cómo la objetivación, subjetivación y la labor de la teoría de Radford pueden complementar los eventos para la enseñanza propuestos por Gagné, tales como generar atención, informar el objetivo de aprendizaje, estimular el recuerdo previo, proporcionar orientación, evocar el desempeño, dar retroalimentación, evaluar el desempeño e incrementar la retención y generalización con el fin de promover un aprendizaje significativo y profundo. Además, se destaca la importancia de considerar tanto los aspectos cognitivos como los socioepistemológicos en el diseño de estrategias matemáticas y se proponen eventos en la enseñanza que resultan de la complementariedad de ambas teorías. Se concluye con una reflexión sobre la relevancia y el potencial de esta sinergia en el campo de la educación matemática, y se sugieren direcciones futuras de investigación para continuar explorando esta perspectiva integrada en la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: aprendizaje activo, educación básica, formación, instrucción, práctica pedagógica.



Abstract

This essay explores the potential synergy between Gagné's (1987) theories of conditions for learning and Radford's (2014, 2023) objectification within the context of mathematics education. It analyzes how Radford's theories of objectification, subjectivation, and joint work can complement Gagné's proposed teaching events, such as capturing attention, stating learning objectives, stimulating prior recall, providing guidance, eliciting performance, offering feedback, assessing performance, and enhancing retention and generalization, all aimed at promoting meaningful and deep learning. Furthermore, the significance of considering both cognitive and socioepistemological aspects in designing mathematical strategies is emphasized, and teaching events resulting from the synergy of both theories are proposed. The essay concludes with a reflection on the relevance and potential of this synergy in the field of mathematics education, along with suggesting future research directions to further explore this integrated perspective in mathematical instruction.

Keywords: active learning, basic education, training, instruction, pedagogical practice.

Resumo

Este ensaio levanta a possibilidade de sinergia entre as teorias de Gagné (1987) sobre as condições de aprendizagem e a objetivação de Radford (2014, 2023) no contexto do ensino de matemática. Para isso, analisa-se como a objetivação, a subjetivação e o trabalho da teoria de Radford podem complementar os eventos de ensino propostos por Gagné, como gerar atenção, informar o objetivo de aprendizagem, estimular a memória prévia, fornecer orientação, evocar o desempenho, dar feedback, avaliar o desempenho e aumentar a retenção e generalização, a fim de promover uma aprendizagem significativa e profunda. Além disso, destaca-se a importância de considerar aspectos cognitivos e sócio-epistemológicos no desenho de estratégias matemáticas e propõem-se eventos de ensino que resultam da complementaridade de ambas as teorias. Conclui com uma reflexão sobre a relevância e o potencial desta sinergia no campo da educação matemática, e são sugeridas direções de investigação futuras para continuar a explorar esta perspectiva integrada no ensino da matemática.

Palavras-chave: aprendizagem ativa, educação básica, formação, instrução, prática pedagógica.

Introducción

La enseñanza de las matemáticas implica un proceso complejo que va más allá de la simple transmisión de conocimientos. Para lograr una comprensión profunda en esta disciplina, es esencial entender cómo los estudiantes aprenden y crear condiciones efectivas para el aprendizaje. En este contexto, las perspectivas de Gagné (1987) y Radford (2014, 2023) ofrecen enfoques enriquecedores y complementarios sobre la enseñanza matemática, ya que las fortalezas de una teoría, como se analizará más adelante, complementan las limitaciones de la otra.

El modelo de diseño instruccional de Gagné resalta la importancia de varios aspectos en el proceso de aprendizaje, tales como la atención, la percepción, la adquisición de información, la retención, la recuperación y la transferencia del conocimiento. Se enfoca en cómo los estudiantes procesan la información y de qué manera se puede estructurar la enseñanza a través una propuesta de eventos específicos para optimizar su capacidad de retener y aplicar lo aprendido.

Por otra parte, Radford se centra en la construcción social y cultural del conocimiento matemático, por lo que destaca la importancia de la objetivación y la subjetivación como procesos complementarios que se entrelazan en la formación del sujeto matemático. Este sujeto no solo adquiere conocimientos matemáticos, sino que también reflexiona sobre ellos y los aplica en contextos reales (Radford, 2006a, 2014, 2023).

Por ese motivo, en este ensayo se explorará cómo la integración de los aspectos clave de la teoría de objetivación de Radford en los eventos para la enseñanza propuestos por Gagné contribuye a la formación de un sujeto matemático activo, reflexivo y contextualizado. Los propósitos de este artículo son analizar las teorías de Gagné y Radford, resaltar su posible sinergia y reflexionar sobre su relevancia y potencial en el campo de la educación matemática. La tesis planteada es que la integración de estas perspectivas en la práctica docente puede promover un aprendizaje matemático más profundo y significativo para los estudiantes, lo que fomentaría su comprensión, aplicabilidad y aprecio por las matemáticas.

Desarrollo

Teorías del aprendizaje mentalistas

Las teorías mentalistas del aprendizaje desempeñan un papel fundamental en el ámbito de las prácticas pedagógicas, ya que se centran en la perspectiva de que el proceso de adquisición de conocimiento es intrínsecamente individual, caracterizado por un inicio y un fin definidos, y diferenciado de las actividades rutinarias. Este enfoque influye en la configuración de la enseñanza al dirigirla hacia la captación de la atención de los estudiantes en relación con el docente y las actividades propuestas.

Sin embargo, esta orientación puede tener el efecto secundario de aislar a los estudiantes de su entorno externo. Además, estas teorías a menudo respaldan métodos de evaluación individualistas y demostraciones carentes de contexto, de ahí que algunas veces puedan considerar que la colaboración es una trampa (Wenger, 2001).

En este sentido, las teorías mentalistas predominantes en las prácticas pedagógicas — aunque difieren en sus enfoques, principios y conceptualización del sujeto— tienen en cuenta al individuo como el sujeto del proceso de aprendizaje. En las tablas 1 y 2 se pueden observar algunas de sus características relacionadas a las expresadas por Lave y Packer (2011).

Tabla 1. Explorando teorías mentalistas

Teorías psicológicas	Características	Sujeto	Relación sujeto-mundo
Conductista	Enfatiza el condicionamiento y el refuerzo mediante el control del ambiente.	El individuo es un receptor pasivo de estímulos del mundo.	La relación es unidireccional, ya que el individuo recibe estímulos del mundo y responde sin considerar procesos mentales internos.
Cognitivista	Se centra en los procesos mentales, como la estructuración, organización y procesamiento de información.	El individuo es un procesador activo de información.	La relación es bidireccional, ya que el individuo procesa la información del mundo a través de sus procesos cognitivos internos.

Tabla 2. Explorando teorías mentalistas

Teorías psicológicas	Características	Sujeto	Relación sujeto-mundo
Constructivista	Enfatiza la interacción social y la participación activa del estudiante en la construcción de su propio aprendizaje.	El individuo es un constructor activo.	La relación es multidireccional. El individuo construye su conocimiento y comprensión del mundo mediante la interacción, y puede influir en su entorno durante este proceso.

Fuente: Elaboración propia basada en información recopilada por Lave y Packer (2011)

Es crucial resaltar que, a pesar de su presentación como categorías independientes, cada enfoque teórico ofrece una perspectiva única del proceso de aprendizaje y han influido mutuamente de manera significativa. En el contexto del conductismo, se subraya la importancia de moldear el comportamiento del estudiante mediante el control del entorno, con el docente diseñando meticulosamente este ambiente para fomentar conductas deseadas.

Por otro lado, el enfoque cognitivista pone énfasis en los procesos mentales del estudiante, al cual se le considera un participante activo en su propio aprendizaje. Sin embargo, con la llegada del constructivismo se amplía aún más el panorama educativo al enfocarse en los procesos cognitivos, la interacción social y la participación activa del estudiante en la construcción de su conocimiento. Cada enfoque brinda contribuciones valiosas para comprender el desarrollo del aprendizaje, aunque también presentan sus propias fortalezas y limitaciones inherentes a la teoría.

El aprendizaje desde la perspectiva de la cognición social

La cognición social es un campo de estudio que se enfoca en el proceso mediante el cual los individuos perciben, reconocen y evalúan los eventos sociales para construir una representación del ambiente de interacción (Valdivieso, 2010). La perspectiva de la cognición social destaca la importancia de la interacción social y cultural en el aprendizaje.

Desde la perspectiva de la cognición social, el aprendizaje se entiende como un proceso social y activo de construcción de significados en un contexto específico de comunicación e interacción con otros (Shotter, 2001).

Condor y Antaki (2000) conciben el aprendizaje como un proceso discursivo y social de construcción de conocimientos, que ocurre mediante el diálogo, la interacción y negociación de significados con otros en un contexto y cultura específica.

Según Lave y Wenger (1991), el aprendizaje es un proceso social y situado que ocurre a través de la participación en prácticas cotidianas en un entorno específico, en el cual el sujeto participante es reconfigurado y a su vez reconfigura el mundo.

Perkins (1993) coincide con esta consideración sobre el aprendizaje, ya que lo concibe como un proceso dinámico y distribuido que involucra la interacción entre el individuo, su entorno y su cultura. Este proceso no se limita a la adquisición de información, sino que implica la creación de significados, la resolución de problemas y la construcción de nuevas formas de pensamiento.

De acuerdo con Wenger (2001), el aprendizaje es un proceso social y situado que se lleva a cabo en el contexto de las comunidades de práctica. Este proceso implica la participación activa y el compromiso de los miembros en la comunidad, así como la adquisición de nuevos conocimientos, habilidades y la transformación de la identidad del individuo a través de su participación en la comunidad. Las comunidades de práctica se caracterizan por compartir una misma tarea y por tener objetivos y normas comunes. En el proceso de aprendizaje en comunidades de práctica, los miembros más experimentados actúan como mentores, pues transmiten su conocimiento y habilidades a los miembros más novatos (Rogoff, 1995).

Lozares (2000) coincide con Wenger y Rogoff, y afirma que el aprendizaje se concibe como un proceso social y situado en el que el conocimiento es adquirido y desarrollado a través de la participación activa en situaciones sociales y culturales específicas. Este proceso implica la interacción y la colaboración con otros individuos, la reflexión crítica sobre las experiencias vividas y la construcción de nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas.

Desde la perspectiva de la cognición social, se enfatiza la relevancia de la interacción, colaboración y reflexión crítica en la educación, ya que se destaca que la mente se construye colaborativamente en diversos contextos y culturas.

Considerando lo previamente expuesto, se evidencia la coexistencia de varios enfoques teóricos en el aprendizaje y la cognición. Dos perspectivas notables son las teorías mentalistas y la cognición social. Mientras las primeras se enfocan en los procesos cognitivos internos, la cognición social explora cómo las interacciones sociales y el entorno cultural influyen en el procesamiento y uso de la información (Uribe, 2010).

Si bien las teorías mentalistas resaltan mecanismos cognitivos esenciales, a menudo descuidan el contexto social y cultural. En contraste, la cognición social reconoce la influencia de factores sociales en la adquisición de conocimiento, enfatizando la relevancia de las comunidades de práctica y el entorno en la construcción del saber. No obstante, puede pasar por alto ciertos aspectos individuales al centrarse excesivamente en lo social.

Por ende, el presente ensayo propone complementar ambas perspectivas con el fin de diseñar una instrucción matemática de mayor significado. La sinergia se basa en la fusión de las teorías de las condiciones de aprendizaje de Gagné (1987), alineadas con las teorías mentalistas y la teoría de la objetivación de Radford (2014, 2023), que conecta con la cognición social. Esto permitiría abordar tanto aspectos individuales como sociales, lo cual enriquecería la enseñanza de las matemáticas para lograr una comprensión más profunda y efectiva.

Teoría de las condiciones para el aprendizaje de Robert Gagné

La teoría de las condiciones para el aprendizaje de Gagné (1987) es considerada ecléctica, ya que sirve como un puente entre el conductismo y el cognitismo (Gottberg *et al.*, 2012). Esta teoría se enfoca en la relación entre el procesamiento y el aprendizaje, y busca responder a la pregunta general de qué es el aprendizaje.

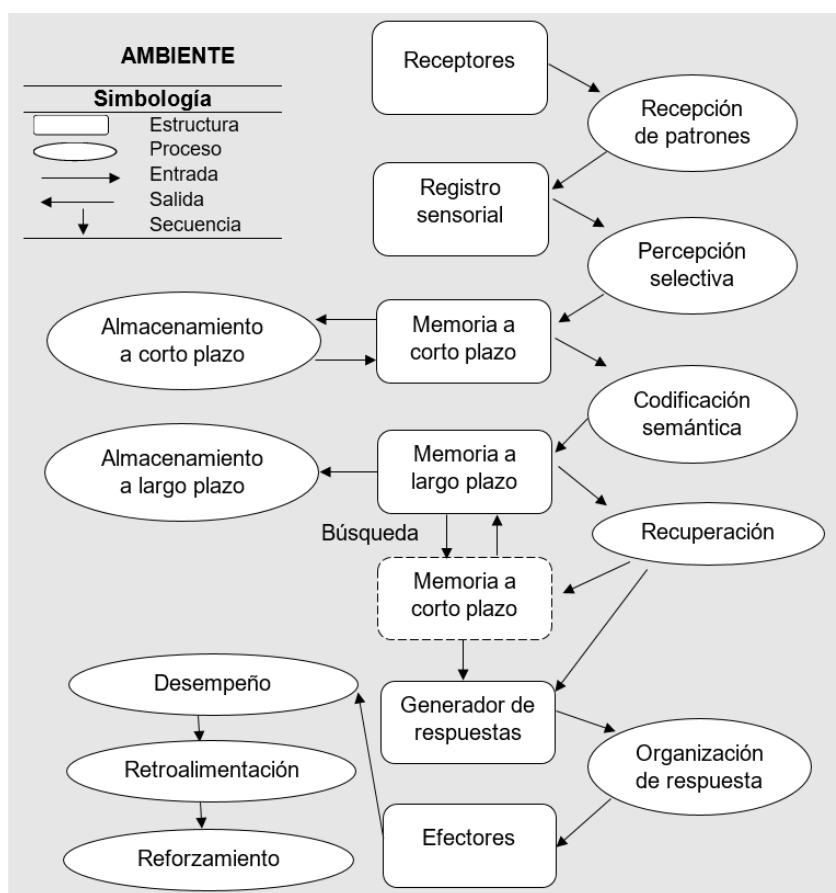
Según Gagné (1987), el aprendizaje implica “un cambio duradero en una capacidad o disposición humana que no puede ser atribuido a la maduración, y puede ser evaluado comparando la conducta previa y posterior a la situación de aprendizaje” (p. 2). En este sentido, el aprendizaje es el proceso de los efectos acumulativos de la discriminación, la generalización y la transferencia (Meza, 1993).

En la teoría del aprendizaje de Gagné, se identifican como principios el diseño instruccional, las variedades de aprendizaje, las condiciones para el aprendizaje, el procesamiento de información y los eventos en la instrucción. Enseguida, se abordarán únicamente los dos últimos, ya que son considerados los principios más elementales para presentar el análisis de la sinergia.

Gagné (1987) propone un modelo de procesamiento de información para explicar cómo se lleva a cabo el aprendizaje, el cual consta de varias etapas y procesos. Como se muestra en la figura 1, la información se recibe a través de los sentidos y se procesa en el registro sensorial. Si la información es relevante, se convierte en información nerviosa y se almacena en la memoria a corto plazo (MCP). La capacidad de esta memoria es limitada y

puede almacenar información de forma acústica o articulada. Luego, la información se codifica semánticamente y se almacena en la memoria a largo plazo (MLP) de forma permanente, aunque puede ser difícil de acceder debido a la interferencia o al olvido. Para recuperar la información almacenada en la MLP se requieren pistas o índices que facilitan el proceso de búsqueda y recuperación. El material recuperado puede ser procesado nuevamente en la MCP o utilizarse directamente en la generación de respuestas o habilidades automatizadas. El recuerdo de la información previamente aprendida puede manifestarse poco tiempo después del aprendizaje o en momentos posteriores.

Figura 1. Procesos de aprendizaje y memoria



Fuente: Adaptación del modelo de procesamiento de la información de Gagné [Diagrama] (1987). *En las condiciones del aprendizaje* (p. 77). Interamericana.

Para iniciar el proceso de aprendizaje es crucial captar la atención del estudiante y generar expectativas, lo cual se puede lograr mediante estrategias que ajusten el entorno, como variar el tono de voz y presentar objetivos de aprendizaje claros. Posteriormente, se procede a recuperar la información pertinente al tema de la MLP, estimulando el recuerdo desde la MCP mediante pistas.

Además, la percepción selectiva desempeña un rol fundamental en el aprendizaje, donde el estudiante debe ser capaz de discernir y procesar la información relevante. Por ende, el docente debe presentar el material de manera organizada para facilitar este proceso.

La codificación semántica constituye otro proceso crucial, transformando la información en un formato significativo para el estudiante. Aquí, es esencial que el docente brinde orientación para ayudar a los estudiantes a comprender y codificar la información de manera profunda.

Una vez que la información ha sido internalizada en la MLP, el estudiante emite respuestas. Para fomentar este evento el docente debe ofrecer oportunidades para que los estudiantes apliquen y practiquen lo aprendido. La tabla 3 destaca más eventos relevantes en ambos procesos, como reforzamiento, evaluación del desempeño, recuperación y generalización, que contribuyen a la consolidación del aprendizaje y al incremento de la retención y generalización del conocimiento adquirido.

Tabla 3. Correspondencia entre eventos en el proceso de aprendizaje y enseñanza

Evento en el aprendizaje	Evento en la enseñanza
Recepción	Generar atención
Expectativa	Informar el objetivo de aprendizaje
Recuperación a la MCP	Estimulación del recuerdo (conocimiento previo)
Percepción selectiva	Presentar el material estímulo
Codificación semántica: ingreso a la MLP	Proporcionar orientación del aprendizaje
Emisión de respuesta	Evocar el desempeño
Reforzamiento	Dar retroalimentación
Recuperación y reforzamiento	Evaluar el desempeño
Recuperación y generalización	Incrementar la retención y generalización

Fuente: Adaptación de relaciones que hay entre las fases de aprendizaje y los eventos de la enseñanza (Gagné, 1987, p. 313). *Interamericana*.

Según investigaciones recientes, la planificación de la enseñanza bajo la perspectiva de Gagné ha demostrado ser beneficiosa para el aprendizaje. Por ejemplo, Noroña *et al.* (2016) afirman que diseñar las clases con este enfoque puede aumentar el interés de los estudiantes en el tema y fomentar su compromiso en las actividades individuales y grupales. Asimismo, puede ayudar a desarrollar habilidades intelectuales y mejorar su rendimiento académico al trabajar bajo esta metodología.

Teoría de la objetivación

En el ámbito de la educación matemática, la teoría de la objetivación desarrollada por Radford (2006a, 2006b, 2014, 2023) aboga por que los procesos de enseñanza y aprendizaje se enfoquen en la formación de individuos éticos y reflexivos, capaces de posicionarse críticamente en las prácticas matemáticas históricas y culturales. Desde esta perspectiva, la educación matemática se concibe como un esfuerzo político, social, histórico y cultural que busca formar individuos comprometidos con la reflexión y la ética en relación con las prácticas matemáticas (Radford, 2014), lo cual resalta la importancia de considerar el contexto sociocultural en la enseñanza de las matemáticas.

En esta visión, la enseñanza y el aprendizaje convergen en una misma actividad en la que los estudiantes son participantes activos que interactúan y cuestionan el contenido y lo relacionan con sus experiencias previas. La comunicación y la colaboración emergen como elementos esenciales en este proceso, lo que contribuye a la construcción colectiva del conocimiento (Radford y Mendonça, 2022).

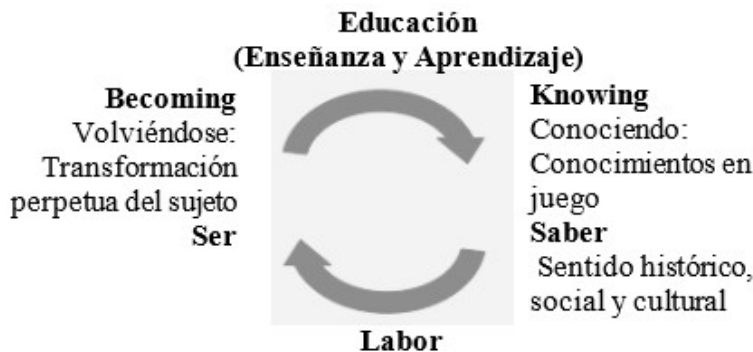
La teoría de la objetivación se fundamenta en una posición política y conceptual que reconoce que la educación no solo implica la transmisión de saberes, sino también el desarrollo de subjetividades (Vergel, 2021).

Este marco teórico incorpora principios centrales, como la idea de la labor conjunta, la mediación semiótica, la objetivación y la subjetivación. En primer lugar, durante la labor conjunta, se establece un encuentro entre el Otro y el mundo, lo que provoca un espacio en el cual “los individuos crean la cultura y la cultura ocurre en la labor o trabajo” (Radford, 2014, p. 137). Así, la enseñanza y el aprendizaje se comprenden como procesos contextualizados en prácticas específicas, influenciando la construcción del conocimiento matemático y la atribución de significados a través de la comprensión de la semiótica matemática (Radford, 2006b).

En este contexto, el conocimiento se concibe como una posibilidad que toma forma en la práctica, como se ejemplifica en la figura 2. La dinámica de aprendizaje y enseñanza se entiende desde una concepción dialéctica del siguiente modo:

La expresión de una forma de vida: una labor conjunta que ocurre en un espacio socio-político al interior del cual tiene lugar el *conociendo* (“Knowing”) y el *volviéndose* (“Becoming”) esto es volviéndose sujeto en tanto que proyecto histórico-social siempre inconcluso, siempre en movimiento (Radford, 2014, p. 138).

Figura 2. Principios de la teoría de objetivación



Fuente: Adaptación de Radford (2014, p. 139)

En esta perspectiva, los conceptos de objetivación y subjetivación se vinculan con los procesos de conocer y transformarse en alguien o algo. Al nacer, los individuos se enfrentan a un mundo repleto de significados que han sido objetivados por generaciones anteriores, a través de la creación de signos y símbolos que pueden ser compartidos y comprendidos (Radford, 2006b). La objetivación lleva a la toma de conciencia de ese mundo independiente de los individuos, con reglas, significados, propiedades y estructuras que se transmiten mediante el lenguaje. Así, la objetivación se define como “el proceso social, corpóreo y simbólicamente mediado de tomar conciencia y discernimiento crítico de formas de expresión, acción y reflexión constituidas históricamente y culturalmente” (Radford, 2014, p. 141).

Por otro lado, cuando el sujeto se apropia de ese mundo objetivado, lo transforma y lo hace suyo, el proceso que sucede es la subjetivación. En este, el sujeto atribuye significado y sentido personal a los objetos matemáticos, los relaciona con sus experiencias previas y los integra en su propia identidad y subjetividad. De esta manera, la subjetivación “consiste en aquellos procesos mediante los cuales los sujetos toman posición en las prácticas culturales y se forman en tanto que sujetos culturales históricos únicos. La subjetivación es el proceso histórico de creación del yo” (Radford, 2014, p. 142).

En cuanto a la actividad de enseñanza-aprendizaje, Radford indica que son procesos que implican la transformación progresiva del conocimiento cultural en un objeto de conciencia a través de la colaboración entre profesores y estudiantes. La materialización del conocimiento se logra mediante el uso de signos, diagramas, lenguaje y otras formas semióticas que permiten su reconocimiento y reflexión (Radford, 2006b, 2023).

Siguiendo lo anterior, el propósito del profesor es ofrecer a los estudiantes una forma alternativa de abordar los problemas matemáticos, a los cuales considera desde un enfoque histórico y culturalmente constituido. Esta perspectiva puede ser “refutada, lo cual forma

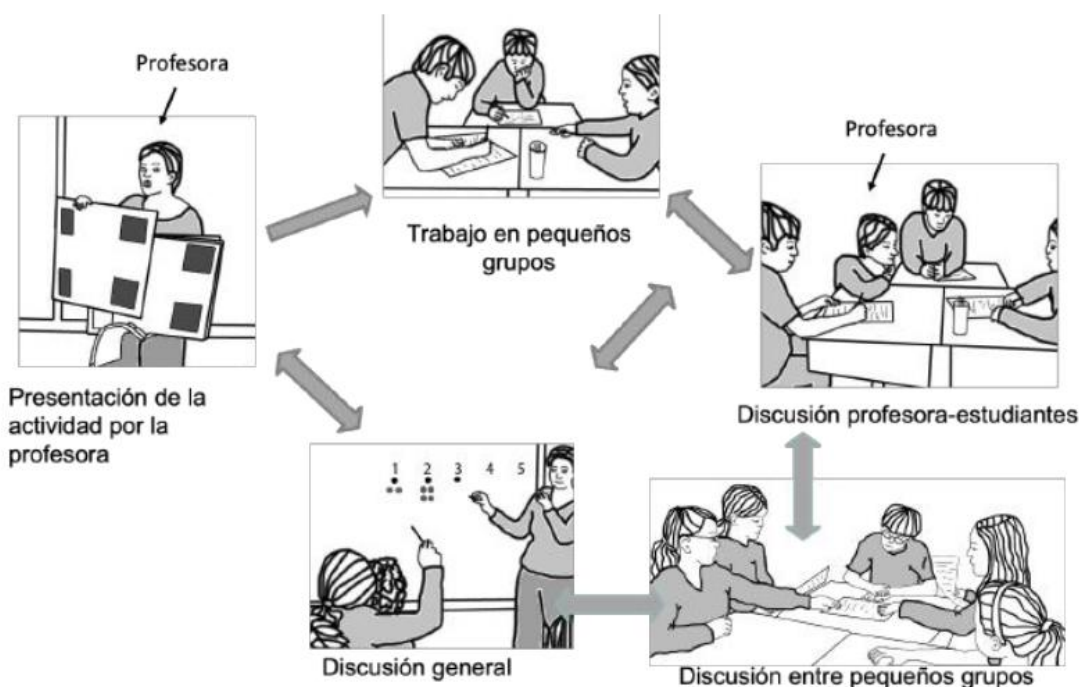
parte del coposicionamiento colectivo de voces y subjetividades tanto de los estudiantes como del profesor” (Radford, 2023, p. 248).

De esta manera, Radford (2023) indica que la actividad de enseñanza-aprendizaje consta de dos componentes principales: la organización didáctica (o estructura Φ) y la actividad en sí misma (labor conjunta). La estructura Φ se refiere a la planificación y estructuración del proceso educativo por parte del profesor, donde se establecen los objetivos, metas y tareas específicas, las cuales se diseñan con dificultad creciente.

El proceso de objetivación ocurre cuando estudiantes y profesores, trabajando juntos, materializan el conocimiento al que se dirige el proyecto didáctico, es decir, lo convierten en algo consciente. A través de esta materialización, los estudiantes comienzan a tomar conciencia de ese conocimiento. Como puede visualizarse en la figura 3, Radford (2023) propone tres momentos en la actividad de enseñanza y aprendizaje:

1. El profesor presenta la actividad y los estudiantes trabajan en pequeños grupos mientras el profesor visita esos grupos y realiza preguntas o comentarios.
2. El profesor puede invitar a dos o más grupos a reunirse para debatir una idea concreta.
3. En algún momento, el profesor puede invitar a toda la clase a participar en una discusión general, donde los grupos presentan sus ideas y otros grupos pueden cuestionarlas críticamente o hacer sugerencias de mejora o generalización.

Figura 3. La actividad Φ y algunos de sus momentos



Fuente: Tomado de la actividad Φ y algunos de sus momentos (Radford, 2023, p. 112)

En el ámbito investigativo, la teoría de objetivación de Radford (2006a, 2014, 2023) mejora la enseñanza de matemáticas. Godino *et al.* (2007) proponen un enfoque ontosemiótico basado en esta teoría para conseguir una comprensión más profunda del conocimiento matemático en aulas. Este enfoque se basa en una interacción entre objetos matemáticos y estudiantes a través de una comunicación semiótica. Así, se identifican dificultades en comprender conceptos complejos y se diseñan estrategias de superación.

Sinergia entre las teorías de Gagné y Radford

En los segmentos previos, se ha proporcionado un análisis detallado de las teorías desarrolladas por Gagné (1987) y Radford (2006a, 2014, 2023). En este punto, resulta fundamental destacar las similitudes y diferencias inherentes a estas perspectivas teóricas para identificar sus fortalezas y limitaciones, lo que allanará el camino para proponer una sinergia entre ambas teorías.

Ambos enfoques reconocen la trascendencia de la motivación en el proceso de aprendizaje y destacan la generación de interés y el establecimiento de metas y objetivos claros para los estudiantes. Además, ambas perspectivas señalan la importancia de presentar el contenido de manera gradual y progresiva, considerando el nivel de complejidad y los conocimientos previos de los estudiantes. Asimismo, enfatizan la necesidad de proporcionar retroalimentación efectiva y realizar evaluaciones periódicas para confirmar el aprendizaje y promover el crecimiento continuo.

A pesar de estas convergencias, sin embargo, existen notables diferencias entre las dos teorías. Por ejemplo, Gagné se centra en los procesos cognitivos internos del estudiante, mientras que Radford adopta un enfoque socioepistemológico que resalta la interacción social y la construcción conjunta del conocimiento. Gagné incorpora influencias conductistas en su enfoque, mientras que Radford se aleja de esta perspectiva y enfatiza la labor conjunta, donde el conocimiento ya existe y se objetiva y subjetiva a través de la interacción entre los participantes. Además, Gagné se centra en el diseño de la enseñanza de manera general, aplicable a diversas disciplinas, mientras que Radford se enfoca específicamente en la enseñanza de las matemáticas. Radford también hace hincapié en la importancia de la corporalidad, el tacto y la percepción humana en la construcción de significados matemáticos, aspectos que Gagné no aborda explícitamente.

En la tabla 4 se exponen las fortalezas y limitaciones de las teorías de Radford y Gagné que influyen en la forma de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Tabla 4. Fortalezas y limitaciones de las teorías de Radford y Gagné

Teoría	Fortalezas	Limitaciones
Objetivación	<p>Enfatiza la construcción colectiva del conocimiento y la interacción social.</p> <p>Fomenta la colaboración entre profesores y estudiantes.</p> <p>Reconoce la relevancia de la subjetividad y la reflexividad en el aprendizaje.</p>	<p>Carece de una guía clara para secuenciar y estructurar contenidos.</p> <p>Puede no considerar adecuadamente las necesidades individuales.</p>
Las condiciones para el aprendizaje	<p>Ofrece un enfoque estructurado para el diseño y la secuenciación de la enseñanza.</p> <p>Destaca la importancia de la atención y la motivación del estudiante.</p>	<p>Enfoque con tendencia al conductismo, que limita la consideración de aspectos sociocognitivos y emocionales del aprendizaje.</p> <p>Escasa atención a los contextos sociales y culturales que influyen en el proceso de aprendizaje</p>

Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar en la tabla anterior, las limitaciones identificadas en una teoría se contraponen con las fortalezas de la otra. En otras palabras, la sinergia entre las teorías de Radford y Gagné se fundamenta en la integración efectiva de sus elementos claves. Al combinar los eventos del aprendizaje propuestos por Gagné con los conceptos de objetivación, subjetivación y labor conjunta de Radford, se logra una perspectiva más completa y efectiva para diseñar experiencias educativas en el ámbito matemático.

La relevancia de esta sinergia radica en su capacidad para abordar diversos aspectos esenciales en la educación. Como se presenta en las tablas 5 a 8, al enfocarse en la generación de interés y la motivación personalizada, se asegura un inicio enérgico y sostenible para el proceso de aprendizaje. La comunicación clara de los objetivos de la lección y su conexión con la vida cotidiana de los estudiantes infunden un sentido de propósito, lo que puede aumentar la implicación y el compromiso desde el principio.

En el evento de estimulación del recuerdo previo, la labor conjunta propuesta por Radford agrega un nuevo nivel de enriquecimiento. Guiar a los estudiantes para reflexionar sobre sus conocimientos previos y discutirlos en grupos antes de introducir nuevo contenido no solo activa la memoria, sino que también promueve la cocreación de conexiones y significados, con lo cual se establece una base sólida para la asimilación de nuevos conceptos.

La subjetivación inherente a la teoría de Radford desempeña un papel crucial en varios eventos. Por ejemplo, al informar los objetivos de aprendizaje y vincularlos con las experiencias y perspectivas personales de los estudiantes puede aumentar su motivación y comprensión. De manera similar, en la fase de proporcionar orientación, permitir que los estudiantes exploren diversas estrategias para resolver problemas enriquece su pensamiento al promover la diversidad de enfoques y demostrar que no hay un único camino correcto.

La interacción social propuesta por Radford es esencial en eventos como evocar el desempeño y dar retroalimentación. El trabajo colaborativo entre estudiantes en la resolución de problemas y la retroalimentación entre pares enriquecen la comprensión y mejoran el proceso de resolución, lo que fomenta el aprendizaje colectivo.

En el evento de evaluar el desempeño, la subjetivación cobra importancia al permitir que los estudiantes se autoevalúen y justifiquen sus soluciones. Esta aproximación fomenta una comprensión más profunda y la metacognición, ya que los estudiantes deben reflexionar sobre su propio proceso de pensamiento y aprendizaje.

Por último, en el evento de incrementar la retención y generalización, la objetivación puede manifestarse en la creación de representaciones visuales o tangibles que resuman los conceptos clave. Estas representaciones pueden servir como referencias físicas para reforzar la retención y la transferencia de conocimiento.

Tabla 5. Sinergia: Radford y Gagné (R-G)

Proceso en el aprendizaje-evento en la enseñanza (Gagné, 1987)	Explicación del evento de enseñanza en la sinergia R-G	Evento en la enseñanza en la sinergia R-G
Recepción-generar atención	El diseño de la enseñanza debe incluir elementos que capten la atención de los estudiantes, como introducciones interesantes, problemas desafiantes o actividades interactivas. Esto promueve la motivación y el compromiso con el aprendizaje.	Generar interés inicial: Iniciar la clase con una pregunta desafiante o una introducción interesante que capte la atención de los estudiantes y despierte su curiosidad hacia el tema que se abordará.
Expectativa-informar objetivo de aprendizaje	Es fundamental comunicar de manera clara y explícita los objetivos de la enseñanza. Además, se enfatiza en relacionar los objetivos de aprendizaje con la realidad cotidiana de los estudiantes para crear expectativas y motivar su interés.	Establecer objetivos claros: Explicar de forma clara y concisa los objetivos de la lección, resaltando su relevancia en la vida diaria de los estudiantes, para motivar su interés en el contenido.

Tabla 6. Sinergia: Radford y Gagné (R-G)

Proceso en el aprendizaje-evento en la enseñanza (Gagné, 1987)	Explicación del evento de enseñanza en la sinergia R-G	Evento en la enseñanza en la sinergia R-G
Recuperación a la MCP-estimulación del recuerdo (conocimiento previo)	Antes de introducir nuevos conceptos, es importante activar el conocimiento previo de los estudiantes relacionado con el tema. Esto se logra mediante la construcción colectiva del conocimiento compartido en la labor conjunta propuesta por Radford.	Activar conocimientos previos: Realizar una actividad grupal donde los estudiantes compartan su conocimiento previo sobre el tema y lo relacionen con la nueva información que se va a presentar.
Percepción selectiva- presentar material estímulo	En esta etapa, se introduce el contenido matemático de manera clara, estructurada y contextualizada, para mejorar la percepción selectiva y relevancia de la información. Se pueden utilizar diferentes recursos, como ejemplos, demostraciones visuales, ejercicios prácticos y aplicaciones concretas. Aquí es donde la estructura Φ de la actividad de enseñanza-aprendizaje de Radford cobra importancia, ya que se establecen los objetivos, metas y tareas específicas.	Presentar ejemplos concretos: Presentar un video explicativo que muestre ejemplos concretos y aplicaciones prácticas de los conceptos matemáticos a tratar. Además, utilizar ejercicios prácticos y demostraciones visuales que permitan a los estudiantes percibir la importancia y la utilidad de los conceptos en situaciones reales.
Codificación semántica: ingreso a la MLP- proporcionar orientación del aprendizaje	Proporcionar orientación del aprendizaje durante este proceso se les presentan estrategias y se les guía en la construcción del conocimiento y trabajar en labor conjunta para facilitar la codificación semántica y el ingreso a la MLP. Esto se relaciona con los nodos semióticos y la objetivación propuesta por Radford, donde se promueve la colaboración en la creación de interpretaciones matemáticas.	Promover el trabajo colaborativo: Dividir a los estudiantes en grupos pequeños y proporcionarles una guía paso a paso para la resolución de problemas relacionados con el tema. Fomentar la discusión y el intercambio de ideas entre los miembros del grupo para construir una interpretación matemática sólida de manera colaborativa.

Tabla 7. Sinergia: Radford y Gagné (R-G)

Proceso en el aprendizaje-evento en la enseñanza (Gagné, 1987)	Explicación del evento de enseñanza en la sinergia R-G	Evento en la enseñanza en la sinergia R-G
Emisión de respuesta-evocar desempeño	Construcción colectiva del conocimiento para facilitar la evocación de respuestas por parte de los estudiantes y promover su participación activa. Se les pide a los estudiantes que pongan en práctica lo que han aprendido resolviendo problemas o aplicando conceptos en situaciones concretas. Esto les permite desarrollar habilidades y transferir el conocimiento a contextos diferentes. En este punto, la labor conjunta y el enfoque de los tres momentos de Radford se ponen en juego, ya que se fomenta el trabajo en grupo y la discusión de ideas.	Aplicar los conceptos aprendidos: Realizar una actividad de resolución de problemas en grupos donde los estudiantes apliquen los conceptos aprendidos para encontrar soluciones. Al finalizar, pedirles que compartan sus respuestas y justifiquen su razonamiento, promoviendo la participación activa y la construcción colectiva del conocimiento.
Reforzamiento-dar retroalimentación	La retroalimentación y la construcción colectiva del conocimiento son fundamentales para un reforzamiento efectivo del aprendizaje y la mejora del desempeño. Se promueve la reflexión crítica y el coposicionamiento colectivo de voces y subjetividades.	Proporcionar retroalimentación: Dar retroalimentación individual y grupal sobre los resultados de la actividad de resolución de problemas. Destacar los aciertos y sugerir mejoras, fomentando la reflexión crítica y el intercambio de opiniones entre los estudiantes para enriquecer el aprendizaje colectivo.
Recuperación y reforzamiento-evaluar desempeño	La evaluación del desempeño se realiza mediante la construcción colectiva del conocimiento, facilitando la recuperación y el reforzamiento del conocimiento adquirido. Esto fomenta la formación de sujetos éticos y reflexivos sobre las prácticas matemáticas.	Evaluar el aprendizaje: Realizar una evaluación que incluya preguntas que requieran la aplicación de los conceptos aprendidos en nuevos contextos y la reflexión crítica sobre la utilidad y las implicaciones éticas de las prácticas matemáticas. Proporcionar retroalimentación constructiva para fortalecer el aprendizaje y promover la formación de sujetos éticos y reflexivos.

Tabla 8. Sinergia: Radford y Gagné (R-G)

Proceso en el aprendizaje-evento en la enseñanza (Gagné, 1987)	Explicación del evento de enseñanza en la sinergia R-G	Evento en la enseñanza en la sinergia R-G
Recuperación y generalización-incrementar retención y generalización	Para consolidar el aprendizaje y fomentar la transferencia de conocimientos a nuevas situaciones, se ofrecen oportunidades adicionales de práctica, revisión y aplicación. Esto se relaciona con la dificultad creciente en los problemas propuesta por Radford, donde los estudiantes avanzan gradualmente hacia niveles más complejos de conceptualización.	Fomentar la transferencia del conocimiento: Proporcionar actividades de práctica adicionales que presenten nuevos desafíos y requieran la transferencia de conocimientos a situaciones diferentes. Gradualmente aumentar la dificultad de los problemas para que los estudiantes desarrollen habilidades de conceptualización más complejas y logren un aprendizaje más profundo.

Fuente: Elaboración propia

La sinergia de las teorías de Radford y Gagné crea un enfoque pedagógico completo que responde a las complejas demandas del proceso de aprendizaje. Al considerar y aprovechar las fortalezas de cada teoría mientras se mitigan sus limitaciones, se logra un diseño de enseñanza más efectivo y enriquecedor. Esta integración no solo involucra los eventos de enseñanza propuestos por Gagné, sino que también se beneficia de las perspectivas subjetivas y sociales propuestas por Radford, lo que genera una experiencia educativa más profunda y significativa.

Conclusiones

La sinergia entre las teorías de Gagné y Radford no solo es un enfoque pedagógico, sino también una perspectiva enriquecedora y prometedora en el ámbito de la educación matemática. La integración estratégica de elementos clave de ambas teorías ha dado lugar a un marco pedagógico sólido y completo que aborda diversas dimensiones del proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta convergencia estratégica podría ampliar la efectividad de las prácticas educativas, además de responder de manera integral a las complejas necesidades de los estudiantes en su búsqueda del dominio de las matemáticas.

La relevancia de esta sinergia se manifiesta en su capacidad para abordar múltiples aspectos cruciales de la práctica docente. La generación de interés y la motivación al inicio de las lecciones establecen una base sólida para el aprendizaje continuo. La comunicación

clara y transparente de los objetivos, junto con la vinculación de los conceptos matemáticos con la realidad cotidiana de los estudiantes, infunde un sentido de propósito y relevancia, lo que a su vez puede aumentar la implicación y el compromiso.

La sinergia también subraya la importancia de la interacción social y la coconstrucción del conocimiento. Al fomentar la colaboración activa y la construcción conjunta de significados, se generan oportunidades para una comprensión profunda y una exploración crítica de los conceptos matemáticos. La retroalimentación constante y constructiva refuerza aún más el proceso de aprendizaje, lo que permite una mejora continua y una internalización sólida del contenido.

Uno de los aspectos más emocionantes de esta sinergia es su potencial transformador. La consolidación del aprendizaje a través de la práctica y la transferencia de conocimientos representa un pilar fundamental. La progresión gradual de desafíos habilita a los estudiantes para aplicar los conceptos en contextos diversos y desarrollar habilidades de pensamiento flexible y analítico. La atención a la construcción colectiva del conocimiento y la labor conjunta propuestas por Radford se integran perfectamente con los principios de diseño instruccional y procesamiento de información de Gagné, lo que enriquece la experiencia de aprendizaje.

Dentro del ámbito de la educación matemática, esta sinergia cobra una relevancia especial. La naturaleza a menudo abstracta y desafiante de las matemáticas demanda enfoques pedagógicos que aborden tanto los aspectos cognitivos como sociales del aprendizaje. La integración de los enfoques de Gagné y Radford proporciona una plataforma que satisface estas necesidades al mismo tiempo que promueve una comprensión profunda y contextualizada de los conceptos matemáticos.

Por todo lo anterior, se puede concluir que este ensayo ha presentado una propuesta sólida, por lo que, en el ámbito investigativo, sería valioso llevar a cabo una investigación empírica exhaustiva para evaluar la efectividad de esta sinergia en contextos educativos reales y en diferentes niveles educativos. Además, explorar cómo esta perspectiva integrada podría adaptarse a otras disciplinas y cómo abordaría de manera específica las barreras culturales y de género en la educación matemática podría abrir un campo de investigación intrigante y potencialmente transformador. En última instancia, la sinergia entre las teorías de Gagné y Radford no solo enriquece la pedagogía matemática, sino que también puede influir en la forma en que se conceptualiza y aborda la educación en su conjunto.

Referencias

- Condor, S. y Antaki, C. (2000). Cognición social y discurso. En T. A. van Dijk (ed.), *El discurso como estructura y proceso* (pp. 453-489). Gedisa.
<https://padron.entretemas.com.ve/cursos/AdelD/unidad3/12CognicionSociaDiscurso.pdf>
- Gagné, R. M. (1987). Las condiciones del aprendizaje. Interamericana.
- Godino, J. D., Batanero, C. and Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39, 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Gottberg, E., Noguera, G., y Noguera, M. (2012). El aprendizaje visto desde la perspectiva ecléctica de Robert Gagné y el uso de las nuevas tecnologías en educación superior. *Universidades*, (53), 50-56. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37331092005>
- Lave, J. and Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.
- Lave, J. y Packer, M. (2011). Hacia una ontología social del aprendizaje. *Revista de Estudios Sociales*, 40, 12-22.
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-885X2011000300002
- Lozares, C. (2000). La actividad situada y/o el conocimiento socialmente distribuido. *Papers*, 62, 97-131. <https://papers.uab.cat/article/view/v62-lozares>
- Meza, A. L. (1993). Análisis epistemológico del modelo de aprendizaje acumulativo de Robert Gagné. *Psicología*, 11(2). <https://doi.org/10.37843/rted.v1i1.260>
- Noroña, M. A., Flores, C. B. y Flores, F. F. (2016). Influencia de la aplicación de la teoría del aprendizaje de Robert Gagné en el rendimiento académico, en el estudio del Experimento de Oersted. *Latin American Journal of Physics Education*, 10(1).
<http://www.lajpe.org>
- Perkins, D. (1993). La persona más distribuida del pensamiento y el aprendizaje. Paidós.
- Radford, L. (2006a). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 103-129.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33509906>
- Radford, L. (2006b). Semiotics and mathematics education: An introduction. *Relime*, 7-21.
<https://www.researchgate.net/publication/28132137>

- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870010>
- Radford, L. (2023). La teoría de la objetivación: una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Nomos*.
- Radford, L. y Mendonça, T. (productores). (22 de abril de 2022). V. EPEM: una introducción a la etnomatemática (video). YouTube.
<https://www.youtube.com/watch?v=qOyunsMg1HM>
- Rogoff, B. (1995). The three planes of cultural activity: Appropriative participation, guided participation, and apprenticeship. En J. Wertsch, P. del Río, y A. Álvarez (eds.), *Sociocultural studies of mind* (pp. 139-164). Cambridge University Press.
- Shotter, J. (2001). *Realidades conversacionales. La construcción de la vida a través del lenguaje*. Amorrortu.
- Uribe, C. (2010). Una breve introducción a la cognición social: proceso y estructuras relacionadas. *Contextos*, 4, 33-40. http://www.contextos-revista.com.co/Revista%204/A5_Una%20introduccion%20a%20la%20cognicion%20social.pdf
- Vergel, R. (23 de octubre de 2021). Un acercamiento a la teoría de la objetivación (video). YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=oVDQxwry5AM>
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Paidós.